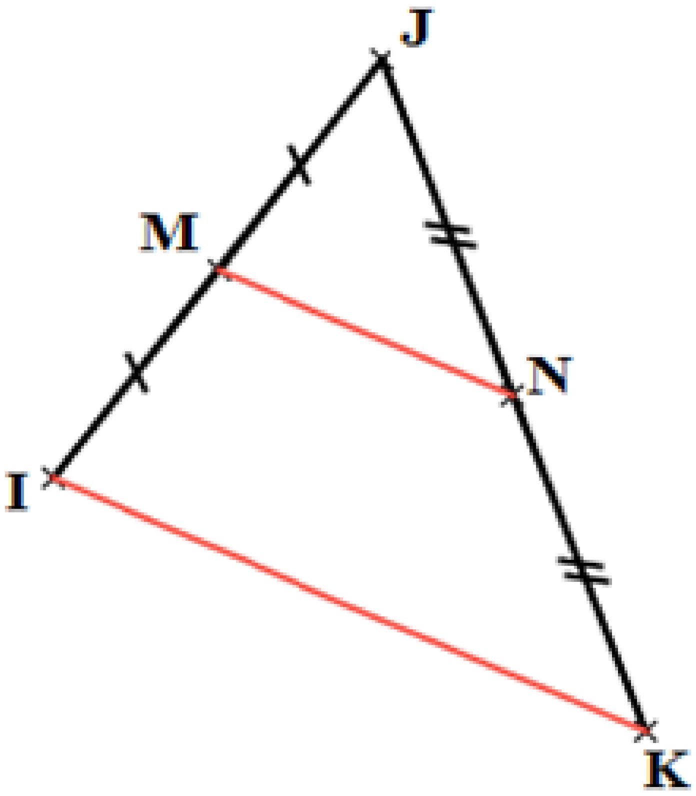
مدرسة التربية الحديثة

Maths: théorème de milieux

Classe :EB8 A,B,C et D

Mercredi 31 mars 2021

Préparée par :l'enseignante Hala Sourani et M.Hayssam Osman



M, N les milieux de [JI] et [JK]

D’après le théorème de milieu dans le triangle IJK

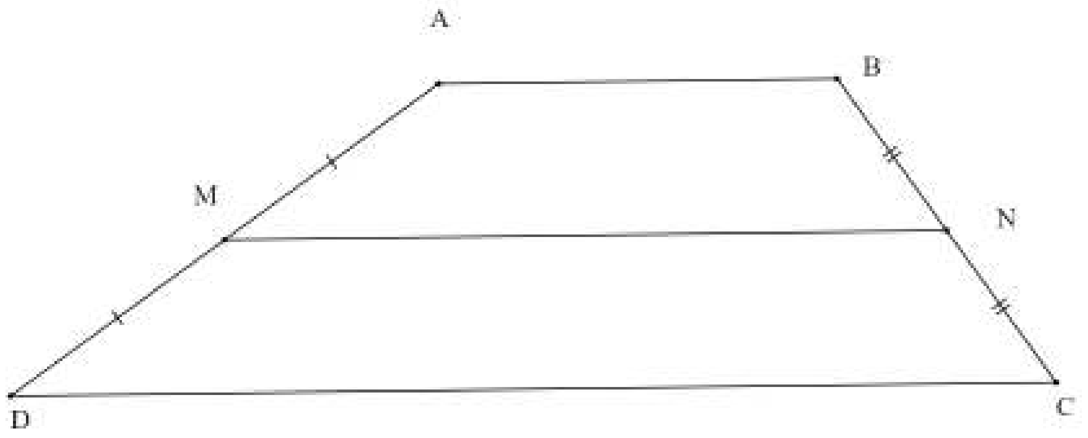
$$MN = \frac{IK}{2}$$

$$(MN) \parallel (IK)$$

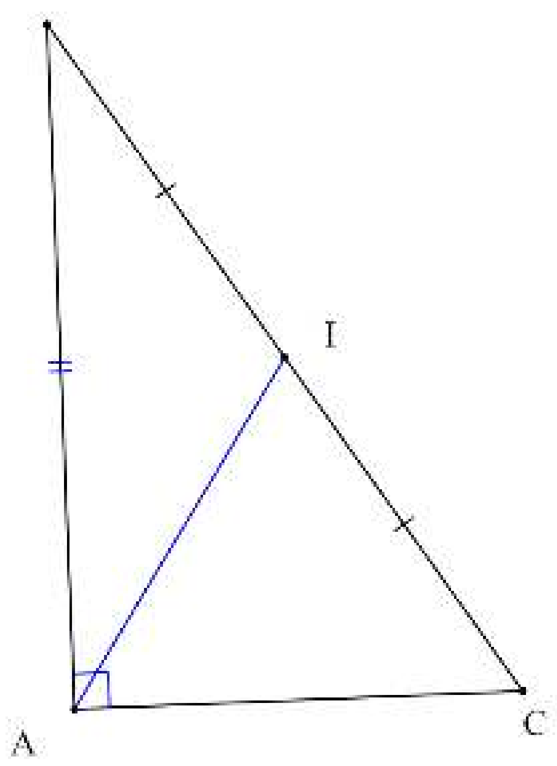
Dans un trapèze, le segment joignant les milieux des côtés non parallèles est parallèle aux deux bases et est égal à leur demi-somme.

(MN)//(AB)//(DC)

Et MN=$\frac{AB+DC}{2}$



l’hypoténuse
c’est le coté opposé à l’angle droit.



D’où dans un triangle rectangle la médiane relative à l’hypoténuse vaut la moitié de l’hypoténuse.

a) Dans le triangle PAL on a:

- S milieu de [PA]
- K milieu de [PL]

D'après le théorème de milieu on a:

- (Sk)//(AL)
- SK=$\frac{AL}{2}$

Comme O est le milieu de [AL]

Donc AO= $\frac{AL}{2}$

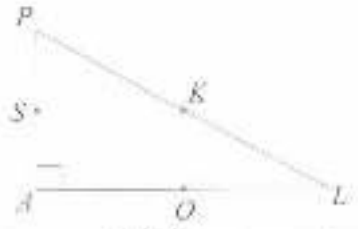
Bilan :

(SK)//(AO) et SK=AO= $\frac{AL}{2}$

Donc ASKO est un parallélogramme comme ayant deux cotes opposes parallèles et égaux

Ayant $\widehat{SAO}$=90^o sera un rectangle.

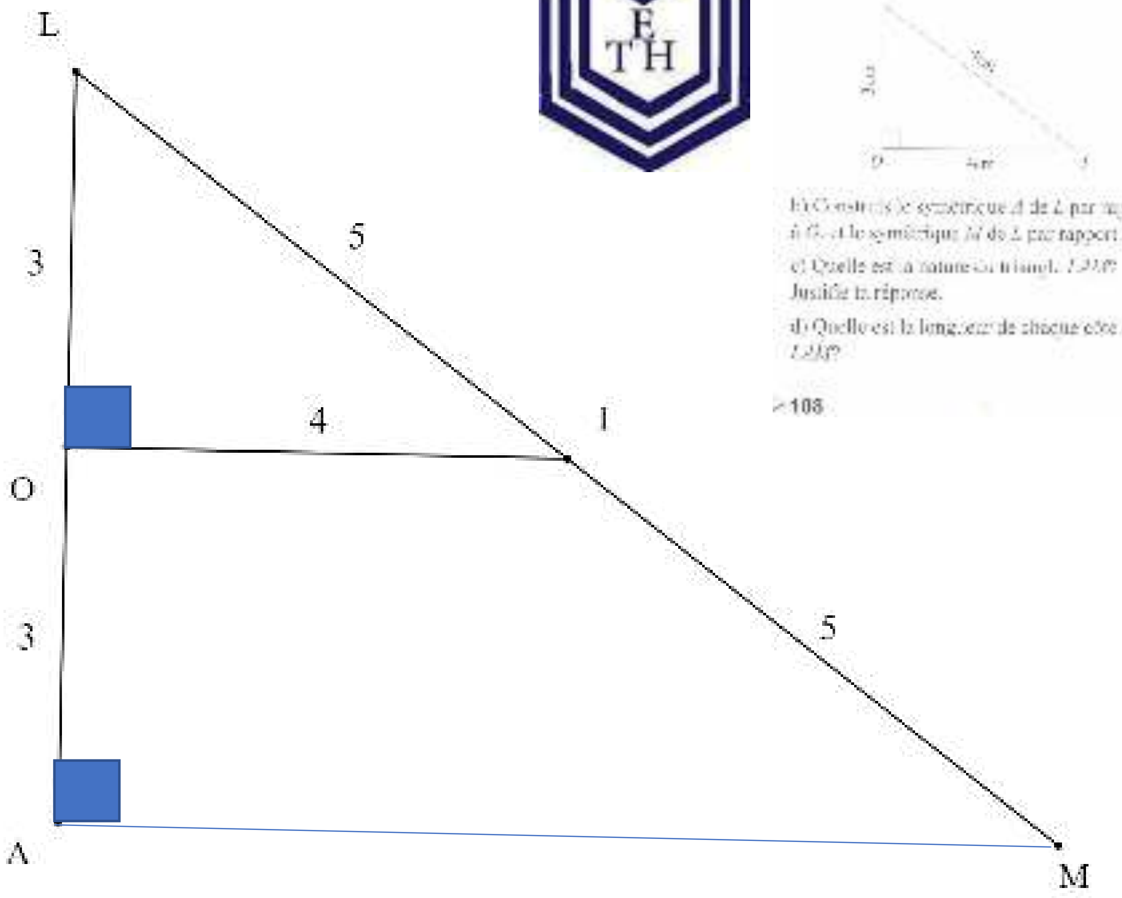
10. Dans la figure ci-dessous, *PAL* est un triangle rectangle en *A*, et *K*, *S* et *O* sont les milieux respectifs de [*PL*], [*PA*] et [*LA*].



a) Démontre que *ASKO* est un rectangle.

b) Construis le symétrique A de L par rapport à O, et le symétrique M de L par rapport à I.

c) Quelle est la nature du triangle LAM? Justifie ta réponse.



a) Dans le triangle LAM on a:

- S milieu de [LA] (à cause de symétrie)
- I milieu de [LM] (à cause de symétrie

D'après le théorème de milieu on a:

- (OI)//(AM)
- OI=$\frac{AM}{2}$

(LO) perpendiculaire à (OI) et (OI)//(AM)

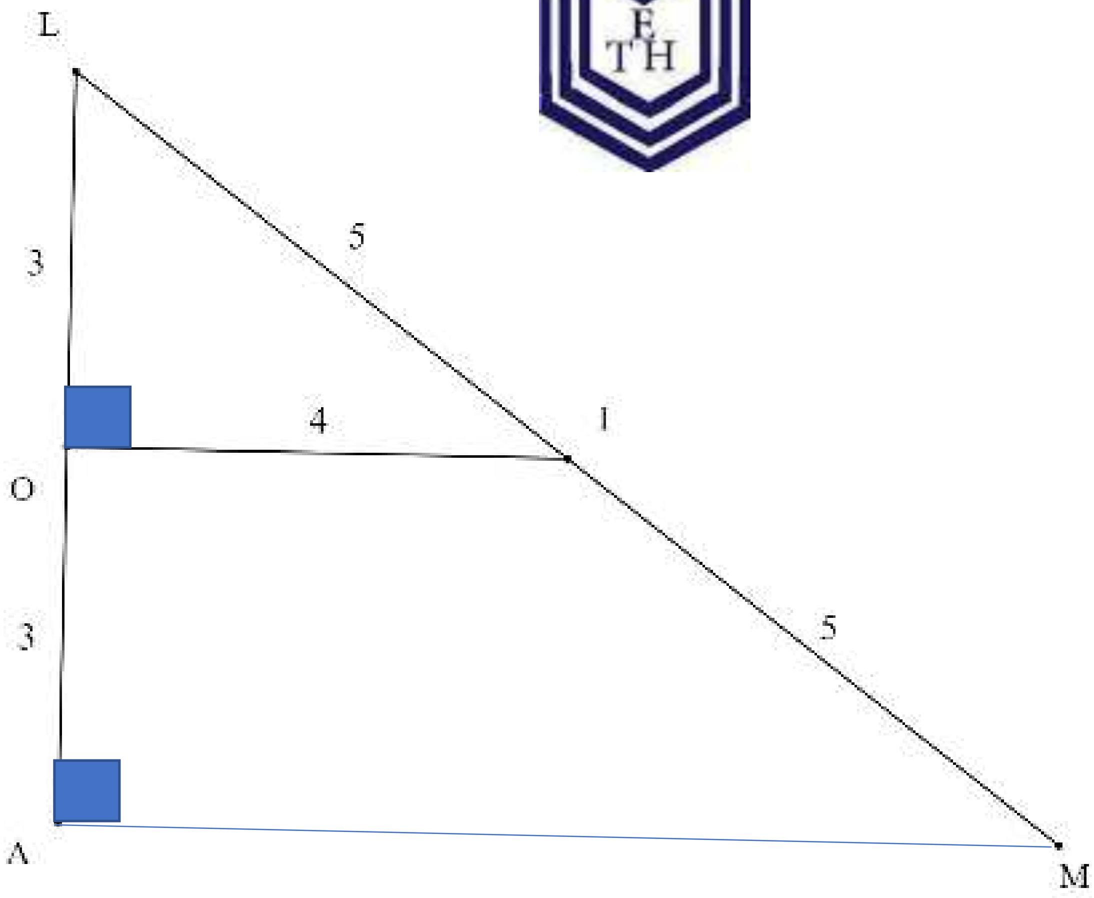
donc (LO) perpendiculaire à (AM)

Si on a deux droits parallèles une droite perpendiculaire a l'une elle est perpendiculaires a l'autre

d) Quelle est la longueur de chaque côté de LAM?

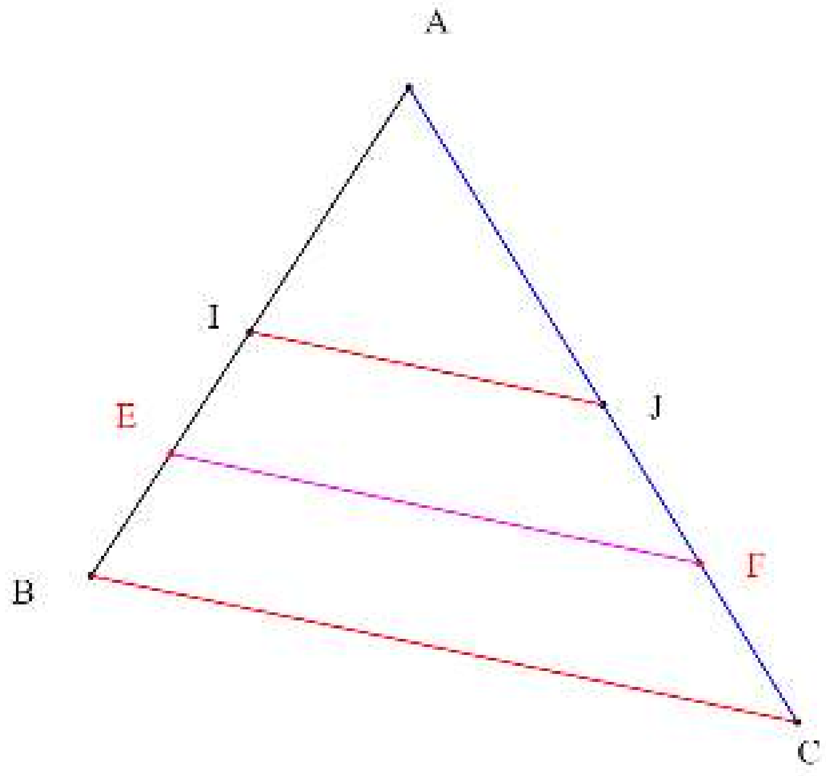
a) Dans le triangle LAM on a:
   - S milieu de [LA] (à cause de symétrie)
   - I milieu de [LM] (à cause de symétrie

   D'après le théorème de milieu on a:
     - OI=$\frac{AM}{2}$ $donc\ AM = 2 \times OI = 2 \times 4 = 8\ cm$
     - LA= $2 \times LO = 2 \times 3 = 6\ cm.$
     - $LM = 2 \times LI = 2 \times 5 = 10\ cm$



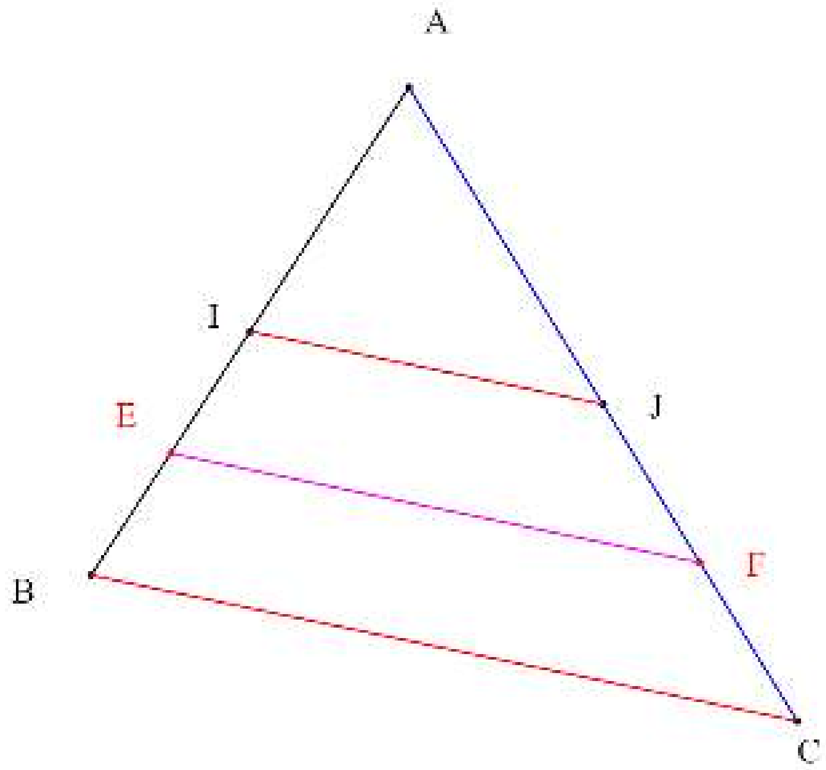
I et J sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AC]$ d'un triangle ABC. Soit E le milieu de $[BI]$ et F celui de $[CJ]$.

Démontre que $EF = \frac{3}{4} BC$



Eexercice supplémentaire 1

I et J sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AC]$ d'un triangle ABC. Soit E le milieu de $[BI]$ et F celui de $[CJ]$.
Démontre que $EF = \frac{3}{4}BC$



Dans le triangle ABC on a:

- I milieu de [AB]
- J milieu de [AC]

D'après le théorème de milieu on a:

- (IJ)//(BC)
- IJ=$\frac{BC}{2}$

Comme (IJ)//(BC) alors IJCB est un trapeze.

- E milieu de [IB]
- F milieu de [JC]

Donc EF=$\frac{IJ+BC}{2}$ $(base\ moyenne)$

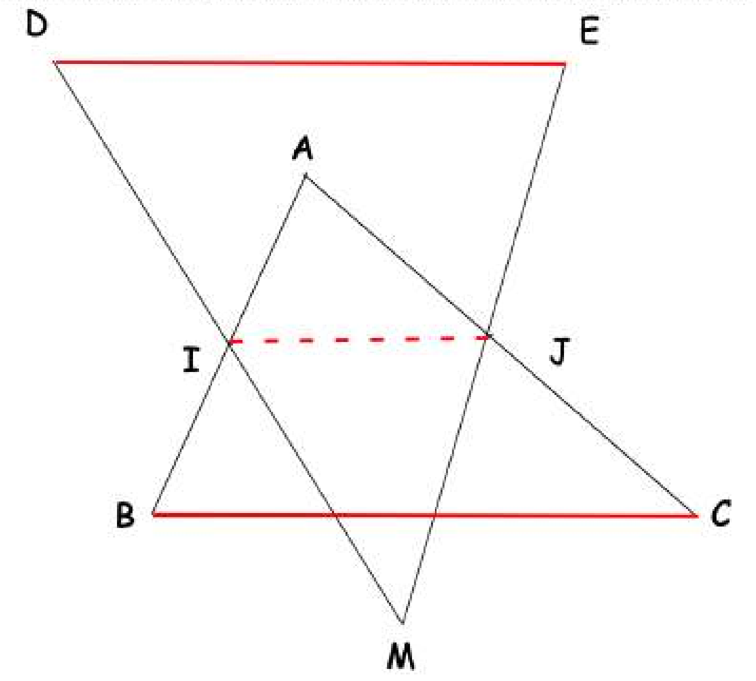
$$EF=\frac{\frac{BC}{2}+BC}{2}=\frac{\frac{BC}{2}+\frac{BC}{1}}{2}=\frac{\frac{BC}{2}+\frac{BC\times 2}{1\times 2}}{2}=\frac{\frac{BC+2\times BC}{2}}{2}=\frac{\frac{3BC}{2}}{2}=\frac{\frac{3BC}{2}}{\frac{2}{1}}=\frac{3BC}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3BC}{4}$$

Eexercice supplémentaire 2

Soit ABC un triangle. Soient I et J les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC]. Soit M un point quelconque du plan distinct de I et de J. Soit D le symétrique de M par rapport au point I et soit E le symétrique de M par rapport au point J. Montrer que les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

Correction :

Pour démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles, nous allons démontrer que ces deux droites sont parallèles à une même troisième, à savoir la droite (IJ).



Il suffit de démontrer que ces deux droites sont parallèles à une même troisième.

▶ **Positions relatives des droites (IJ) et (BC) :**

Dans le triangle ABC,

▷ I milieu de [AB] (hypothèse)

▷ J milieu de [AC] (hypothèse)

donc, d'après le théorème des milieux, (IJ) || (BC)

▶ **Positions relatives des droites (IJ) et (DE) :**

Dans le triangle MDE,

▷ I milieu de [MD] (D symétrique de M par rapport à I)

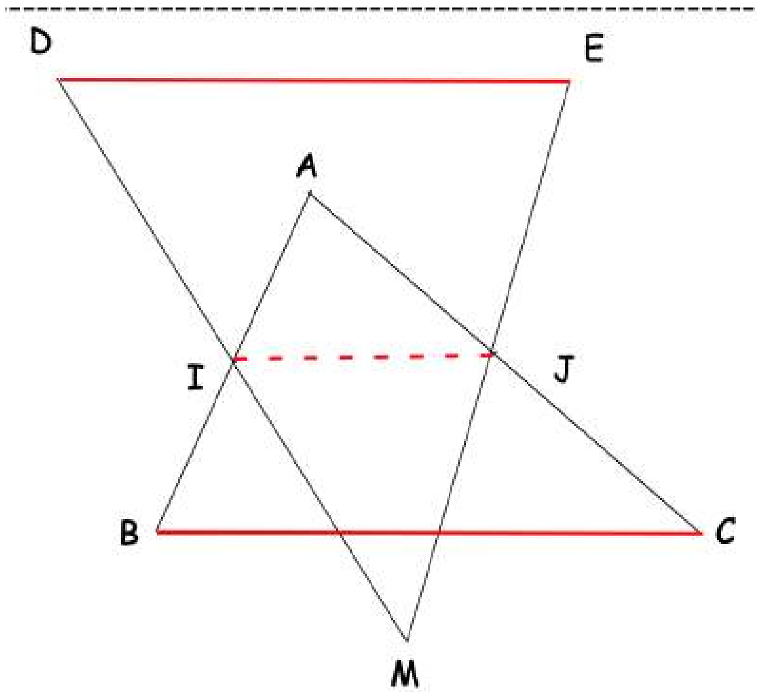
▷ J milieu de [ME] (E symétrique de M par rapport à J)

donc, d'après le théorème des milieux, (IJ) || (BC)

▶ **Conclusion :**

(IJ) || (BC) et (IJ) || (BC)

donc (BC) || (DE)



Eexercice supplémentaire 3
Comme devoir

M, N et *P* sont les milieux respectifs des côtés [*AB*], [*AC*] et [*BC*] d'un triangle *ABC*.
Démontre que le périmètre du triangle *MNP* vaut la moitié de celui du triangle *ABC*.