Logarithme :

Partie A: le but de cette partie est d'étudier la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=x+2\dfrac{\ln x}{x}$

(C) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité 2cm.

1- Etudions la fonction auxiliaire g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=x^2+2-2\ln x$

  a- Etudier le sens de variation de g et calculer g(1)

  b- Déduire le signe de g.

2- a- Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$

  b- Etudier les variations de f et dresser le tableau de variations.

  c- Montrer que la droite (d): y=x est asymptote à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (d).

  d- Trouver le point A de (C) sachant que la tangente (T) en A à (C) est parallèle à (d).

  e- Tracer (d),(T) et (C).

3- Calculer en cm^2 l'aire du domaine limité par (C) , (d) et x=1 et x=e.

4- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution x_0 et vérifier que $\dfrac{1}{2}\leq x_0\leq 1$.

Logarithme.

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1+\ln x}{x}$

A- Soit la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=x^2-2\ln x$

  1- Etudier les variations de g(x).

  2- En déduire le signe de g(x).

B- On appelle (C) la courbe représentative de f (x) dans un repère orthonormé d'unité 2cm.

  1- Déterminer la limite de f en 0 et donner une interprétation graphique du résultat.

  2- a- Déterminer la limite de f en $+\infty$.

   b- Montrer que la droite $(d): y=\dfrac{x}{2}$ est asymptote à (C) et étudier la position de (C) par rapport à (d) et trouver leur point d'intersection A.

  3- Etudier les variations de f et dresser le tableau de variations.

  4- Trouver le point B de (C) où la tangente (T) est parallèle à (d).

  5- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α et que $0{,}34<\alpha<0{,}35$.

  6- Tracer (d),(T) et(C).