ثانوية راس بعلبك | رياضيات | الصف: علوم الحياة
المدة: ٩٠ دقيقة

I-Exercices:

1- Montrer que $\frac{(1+i)(1-i\sqrt{3})}{(2-2i)(-\sqrt{3}+i)}=\frac{1}{2}e^{-i(\frac{2\pi}{3})}$

2- Montrer que si $z=1-i+2e^{i\theta}$ où θ est un variable réel alors le point M(z) Se déplace sur un cercle fixe de centre le point A(1,-1).

3- Montrer que $(-1+i)^{100}$ est un nombre réel négatif.

4- z est un nombre complexe différent de -1 et 3, montrer que si $|z-1|=2$ alors le nombre $\frac{z-3}{z+1}$ est imaginaire pur.

II- On donne le nombre complexe $z=\frac{(\sqrt{3}+3i)(3-3i)}{(-1-i\sqrt{3})(\sqrt{3}+i)}$

1- Ecrire z sous forme algébrique.

2- Calculer le module et un argument de chaque facteur.

3- Déduire la forme trigonométrique de z.

4- Déduire les valeurs de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ *et* $\sin(\frac{7\pi}{12})$.

III- Dans le plan complexe on donne les points A(i) , B(-1), M(z) et M'(z')
Où $z'=\frac{2+i-z}{z-i}$, avec $z\neq i$.

1- Montrer que $z'\neq -1$.

2- Ecrire z' sous forme exponentielle si $z=\frac{-2}{5}+\frac{1}{5}i$

3- a- Vérifier que $z'+1=\frac{2}{z-i}$

b- Déduire que si M varie sur le cercle de centre A de rayon 2, alors M' se déplace sur un cercle de centre B.

4- on donne $z=x+iy$ *et* $z'=x'+iy'$

a- Montrer que $x'=\frac{2x+2y-x^2-y^2-1}{x^2+(y-1)^2}$ *et* $y'=\frac{2-2y}{x^2+(y-1)^2}$

b- Déduire que si M' varie sur l'axe réel , M varie sur une droite privée d'un point. (on donne une équation de cette droite).

IV- Dans le plan complexe on donne les points A(2-i) , M(z) et M'(z')
où $z'=iz+1-3i$.

1- Calculer z sous forme algébrique si z'=z.

2- Vérifier que $z'-2+i=i(z-2+i)$

3- Montrer que lorsque $z'\neq z$, le tringle AMM' est rectangle isocèle en A.