

Exercice

**I. A- Soit la fonction  $f(x) = x + \sqrt{1 + x^2}$ , et (C) son graphe dans un repère orthonormé.**

- a) Calculer la limite de  $f(x)$  quand  $x \rightarrow -\infty$ , que peut-on conclure ?
- b) Calculer la limite de  $f(x)$  et de  $f(x) - 2x$  quand  $x \rightarrow +\infty$ , que peut-on conclure ?
- c) Étudier les variations de  $f(x)$  et construire (C).

**B- Soit  $g(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$**

- a) Démontrer que  $g(x)$  est définie pour tout  $x$ .
- b) Calculer les limites de  $g(x)$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$
- c) Étudier les variations de  $g(x)$ .
- d) Résoudre  $g(x) = 0$

**C- Soit  $h(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  et ( $\Gamma$ ) son graphe.**

- a) Étudier les limites de  $h(x)$
- b) Étudier avec précision les branches infinies de ( $\Gamma$ )
- c) Étudier les variations de  $h(x)$
- d) Démontrer que  $h$  est une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $\mathbb{R}$  et qu'elle admet une fonction réciproque qui est  $g$ , puis construire le graphe de  $g$ .