

1- Calcule : a- $\int_1^{\sqrt{3}} (x^2 - 3)^4 x dx$ b- $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cdot \cos x dx$ c- $\int_0^{\pi/2} \cos 2x \cdot \cos 3x dx$
 d- $\int_0^1 x e^{2x} dx$ e- $\int_2^3 \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ f- $\int_3^5 \frac{x dx}{x^2 - 3x + 2}$

2- Soit f la fonction ,définie sur $]1, +\infty[$, par $f(x) = x + 1 - \frac{3e^x}{e^x - e}$ et l'on désigne par (C) sa courbe représentative dans un système orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a- Démontrer que la droite d'équation $x=1$ est une asymptote à (C) .
 b- Calculer la limite de $f(x)$ quand $x \rightarrow +\infty$ et démontrer que (d): $y=x-2$ est une asymptote à (C).
 c- Déterminer la position relative de (C) et (d).
 2) Montrer que , pour tout x de $]1, +\infty[$, $f'(x) > 0$ et dresser le tableau de variations de f .
 3) Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une racine unique α et vérifier que $2,6 < \alpha < 2,7$.
 4) Tracer la courbe (C).
 5) On désigne par (D) le domaine limité par (C) ,la droite (d) et les droites d'équations $x=3$ et $x=4$
 Calculer $\int_3^4 \frac{e^x}{e^x - e} dx$ et en déduire l'aire du domaine (D).
 6) a- Démontrer que f admet une fonction réciproque g .
 b- Démontrer que l'équation $f(x)=g(x)$ n'admet pas de racines.

3- Le plan est muni d'un repère orthonormé $(x'Ox, y'Oy)$.Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\ln x}{x^2} + x - 1$

Sur $]0, +\infty[$ et (C) sa courbe représentative .

- a- Etudier les variations de $g(x)=x^3 - 2\ln x + 1$ et en déduire que $g(x) > 0$ pour tout x positif.
 b- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) en son point d'abscisse 1.
 c- Montrer que la droite (d): $y=x-1$ est asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$ et étudier la position de (C) par rapport à (d).
 d- 1) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ et déduire le signe de $f'(x)$.
 2) Dresser le tableau de variations de f .
 3) Tracer (d) ,(T) et (C).
 e- Calculer la dérivée de la fonction $z = \frac{\ln x}{x}$ et déduire une primitive de f .

4- Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(x'Ox, y'Oy)$,on considère la courbe (C) d'équation

$$f(x) = e^x + \ln x$$

- a- 1) Calculer la limite de $f(x)$ quand $x \rightarrow 0^+$
 2) Calculer les limites de $f(x)$ et de $\frac{f(x)}{x}$ quand $x \rightarrow +\infty$
 3) Interpréter ces résultats .
 b- Etudier les variations de $f(x)$ et tracer (C).