ثانوية رأس بعلبك الرسمية	السعي الأول المادة رياضيات	الصف: علوم عامة المدة :أربع ساعات

I. 4 points

Pour chacune des propositions suivantes, dites si elle vraie ou fausse en justifiant chaque réponse :

1) Si A et B sont deux points d'affixes respectives 2+ i et 2+ i-3 (cos α + isin α), alors B est sur le cercle de centre A de rayon 3.
2) Si A et B sont deux points d'affixes respectives 2+ i et (2+ i)(cos α + isin α), alors $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) =$ α (mod2π).
3) Dans un repère orthonormé, si A(1 ;2 ;1) ; B(0 ;4 ;4) et C(4 ;2 ;2) alors la mesure de l'angle (ABC) est $\frac{\pi}{4}$.
4) A, B et C sont trois points non alignés, si M est un point de la droite menée de C et parallèle à (AB) alors $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{AB}$

II. 5 points

A. Dans le plan complexe, on donne les point A ;M et M' d'affixes respectives 1 ;z et z' =(1+ $i\sqrt{3}$)z -i$\sqrt{3}$

1) Montrer que si M et A sont confondus alors M'et A sont confondus
2) a- Montrer que z'-1 = (1+$i\sqrt{3}$)(z-1)

   b- Calculer le module et un argument de 1+ $i\sqrt{3}$

   c- En déduire que AM'= 2AM et que $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'}) = \frac{\pi}{3}\ (mod\ 2\pi)$

   d- Quelle est la nature du triangle AMM'

B. On donne $z_1 = 1 + i\ et\ z_2 = -1 - i\sqrt{3}\ et\ z = \frac{z_1}{z_2}$

a- Écrire z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique

b- En déduire les valeurs de cos $(\frac{11\pi}{12})$ et sin $(\frac{11\pi}{12})$

III. 3 points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points A (1 ;1 ;3) ; B(-1 ;2 ;0) ; C(2 ;1 ;5) et E(3 ;2 ;2)

1) Calculer l'aire du triangle ABC
2) Déduire la longueur de la hauteur [AH]
3) Calculer le volume du tétraèdre EABC
4) Déduire la distance de E au plan (ABC)
5) Calculer la longueur de AE, que représente A pour E ?

IV. 6 points

On donne le point A (-1 ;2 ;+1) et les droites droites (d) : $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = t \\ z = -t + 2 \end{cases}$ et (d') $\begin{cases} x = 2m \\ y = m - 3 \\ z = 3m + 1 \end{cases}$

1) Montrer que (d) et (d') sont non coplanaires
2) Écrire une équation du plan (P) formé par A et (d)

3) Trouver le point d'intersection de (P) et de (d')
4) Trouver une équation du plan (Q) contenant (d') et parallèle à (d)
5) Trouver des équations paramétriques de la droite d'intersection de (P) et (Q)
6) On donne le plan (R) :x+2y-z+4=0
   a. Trouver le point I projection orthogonale de A sur (R).
   b. (C) est le cercle dans le plan (R) de centre I et de rayon 2, Montrer que le point J($-2+\sqrt{2}; 0; 2+\sqrt{2}$) est un point de (C)
   c. Écrire des équations paramétriques de la droite tangente en J à (C).

V. 10 points

A. Soit la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par g(x) =$\frac{x}{x+1}$ +ln ($\frac{x+1}{x}$)

1) Calculer la limite g(x)quand x→ 0
2) Calculer la limite de g(x)quand x → ∞
3) Montrer que g'(x) =$\frac{-1}{x(x+1)^2}$ et étudier les variations de g(x)
4) Déduire que pour tout x >0 on a g(x) >1
5) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} et donner son domaine de définition.
6) Calculer $g\frac{1}{e-1}$ et$(g^{-1})'\left(1+\frac{1}{e}\right)$

B. Soit la fonction définie sur $[0+\infty[$ par $f(x) = \begin{cases} 0 \; si \; x = 0 \\ x \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) si \; x > 0 \end{cases}$

1) Montrer que $f(x)$ est continue en 0
2) Déterminer la dérivabilité de de $f(x)$ en 0
3) Déterminer la limite de $f(x)$ en +∞ (on pourra utiliser t= $\frac{1}{x}$)
4) Déterminer $f'(x)$ et étudier son signe en utilisant g(x) >1
5) Tracer la courbe représentative de $f(x)$.

VI. 10 points

A- 1) Vérifier que arctan $\frac{9}{2}$ = acrtan $\frac{1}{4}$ +arctan 2

2) Résoudre arcos (x) +arcsin $\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

B- Soit la fonction définie sur IR par $f(x) = -x + \sqrt{x^2+4}$ et (C) son graphe dans un repère orthonormé

1) Calculer la limite de $f(x)$ quand x → $-\infty$ et trouver l'asymptote alors.
2) Calculer la limite de $f(x)$ quand x → $+\infty$ et trouver l'asymptote alors.
3) Déterminer $f'(x)$ et démontrer que $f'(x) < 0$ pour tout x
4) Construire (C)
5) M et M'sont deux point de (C) d'abscisses a et $-a$, et (T) et (T') sont les tangentes à (C) en M et M'respectivement.
   a. Montrer que $f(a) - f(-a) = -2a \; et \; f'(a) + f'(-a) = -2$
   b. Utiliser ces résultats pour démontrer que (T) et (T') en un point sur (y'y)
6) Démontrer que $f(x)$ admet une fonction réciproque et trouver cette fonction.
7) Tracer son graphe en utilisant celui de $f(x)$.