Lycée officiel de Ras-Baalbek   examen de Math $2^{\text{ème}}$ année scientifique
Prof : Samia Damouri   22/3/2016   Durée : 120mns

I- 1- soient x et y deux angles aigus tels que $\tan x = ½$ $\tan y = \frac{1}{3}$ (4pts)
Calculer $\tan(x+y)$ et déduire $(x+y)$

2- vérifier que $\frac{\sin 5a}{\sin a} - \frac{\cos 5a}{\cos a} = 4\cos 2a$

3- démontrer que : $\frac{\left[\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right]^2}{\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)} = \sqrt{2}+1$

4- établir la formule : $\tan a + \tan b = \frac{2\sin(a+b)}{\cos(a+b)+\cos(a-b)}$

et en déduire la valeur de $E = \tan\frac{3\pi}{8} + \tan\frac{\pi}{8}$

II- Calculer les dérivées des fonctions suivantes : (2pts)

a) $f(x) = 5\sin^3\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ **b)** $f(x) = \sin(3x) \times \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$

III-Calculer les primitives suivantes : (4pts)

a) $F(x) = \int\left(x^3 - x^2\sqrt{x}\right)dx$ **b)** $\int \frac{2}{(-3x+1)^5}\,dx$ **c)** $\int \sin 5x \times \cos x \; dx$
d) $\int \sin x\ \cos^5 x\, dx$

IV-Soit SABC un tétraèdre régulier tel que E, F et G les milieux respectives de $[SA]$, $[SB]$ et $[SC]$ (5pts)
a) quel est la nature du triangle EFG
b) montrer que les plans (EFG) et(ABC) sont parallèles
c) calculer l'angle des deux plans (SBC) et (SCA)
d) soit O le centre de gravité du triangle ABC.
montrer que (SO) ⊥ (ABC)
En déduire que (SO) ⊥ (EFG)
e) montrer que les plans. (SOA) et (EFG) sont perpendiculaires

V- soit la fonction $f(x) = x - 1 + \frac{2x}{x^2+1}$ on désigne par (C) So- courbe représentative (5pts)

1- déterminer le domaine de définition et les limites aux bornes

2- montrer que la droite (D/ d'équation $y = x - 1$ est une Asymptote oblique à(C)

3- montrer que I$(0, -1)$ est centre de symétrie de (C)

4- montrer que $f'(x) = \frac{x^4+3}{(x^2+1)^2}$

5- dresser le tableau de variations de f

6- déterminer l'équation de la tangente menée du point A(1,1)

7- tracer (C)

8- montrer que (C) coupe l'axe $x'x$ en un point unique d'abscisse $\propto$ tel que $0 < \propto < 1$