Cours de Mathématiques (programme libanais) pour la classe de terminale SV et SG

Rédigé par ROY AKIKI

Prof de Mathématiques pour les classes secondaires.

Adresse électronique :royakiki75@hotmail.com

1 Prérequis de la classe de première.

Soient $\overrightarrow{u}(X, Y, Z)$ et $\overrightarrow{v}(X', Y'Z')$ deux vecteurs dans un repère orthonormé.
$\overrightarrow{u}\,\overrightarrow{v} = XX' + YY' + ZZ'$ ou
$\overrightarrow{u}\,\overrightarrow{v} = \|\overrightarrow{u}\|.\|\overrightarrow{v}\|cos(\overrightarrow{u}\,\overrightarrow{v})$

$\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$

$cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}) = \frac{\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}}{\|\overrightarrow{u}.\|\overrightarrow{v}\|}$

$$\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v} = \begin{Vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \end{Vmatrix} = \overrightarrow{i}(3) - \overrightarrow{j}(-12) + \overrightarrow{k}(7) = 3\overrightarrow{i} + 12\overrightarrow{j} + 7\overrightarrow{k}$$

$\|\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}\| = \sqrt{9 + 144 + 49} = \sqrt{202}$

$\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{u}.(\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}) = 0$
La forme cartésienne d'une droite dans le plan admet la forme suivante $ux+vy+w = 0$
La forme réduite d'une droite admet la forme suivante $y = ax + b$
$\begin{cases} x & = 2t - 1 \\ y & = -t + 3 \end{cases}$ est la représentation paramétrique d'une droite (d) qui admet comme vecteur directeur $\overrightarrow{v}(2; -1)$ et passe par le point qui admet pour coordonnées $(-1, 3)$
Pour la forme cartésienne $a = -\frac{u}{v}$ ou $a = \frac{Y_d}{X_d}$

Deux droites (D) et (D') sont parallèles ssi a =a' (pour la forme réduite) ou
$\frac{u}{u'} = \frac{v}{v'} = \frac{w}{w'}$ (pour la forme cartésienne).

(D) est perpendiculaire à (D') si et seulement si $a.a' = -1$ (pour la forme réduite) ou $uu' + vv' = 0$ (pour la forme cartésienne)

Un cercle (C) admet 2 formes :

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ (forme cartésienne)
$x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (forme génerale du cercle)
$R=\sqrt{a^2+b^2-c}$ est le rayon du cercle (C) et son centre est I(a,b) en utilisant la forme génerale du cercle (C).

Soit le polynôme du second degré $f(x)=ax^2+bx+c=0$.
On cherche à déterminer le signe du trinôme f(x). Pour cela on distingue 3 cas :
Premier cas : si $\triangle<0$ alors $f(x)$ admet le signe de a pour tout $x\in\mathbb{R}$.

Supposons que $a>0$, on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$+$	

et f(x)n'admet pas une factorisation.

Cas particuliers :

1. Si $a+b+c=0$ alors $x'=1$ et $x''=\frac{c}{a}$ sont les racines du polynôme $f(x)$
2. Si $a-b+c=0$ alors $x'=-1$ et $x''=-\frac{c}{a}$ sont les racines du polynôme $f(x)$

Second cas :
Si $\triangle=0$ alors $f(x)$ admet le signe de a sauf pour la racine double qui l'annule .
Par suite on obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$x'=x$"		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

Dans ce cas $f(x)$ admet la factorisation suivante $f(x)=a(x-x')^2$ où $x'=x$" est une racine double de $f(x)$.

Pour le troisième cas, on suppose que $\triangle>0$ alors $f(x)$ admet deux racines distinctes x' et x" et $f(x)$ va admettre le signe de a à l'extérieur des racines, le signe de $-a$ à l'intérieur des racines et s'annulera sur les racines x' et x''. On suppose dans ce cas $a>0$, on obtient alors le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$		x'		x"		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Par suite $f(x)$ admet la factorisation suivante $f(x)=a(x-x')(x-x")$

Pour clôturer cette partie on va étudier le signe du quotient $\frac{x-2}{x+3}$ et résoudre l'inéquation $\frac{x-2}{x+3} < 0$

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$\frac{x-2}{x+3}$		$+$	||	$-$	0	$+$	

Donc l'ensemble des solutions est $S =]-3; 2[$

On donne $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 6$
On cherche à factoriser f(x). Pouur cela, on va utiliser la méthode de Horner vue en classe de première dans le chapitre des polynômes.
Cherchons les diviseurs de la constante $D_{-6} = \{+1, -1, +2, -2, +3, -3, +6, -6\}$ et puisque $f(1) = 0$ donc 1 est une racine de $f(x)$.

	1	2	3	-6
1	0	1	3	6
	1	3	- 6	0

D'après le tableau de Horner, on pourra déduire la factorisation de $f(x)$ suivante : $f(x) = (x-1)(x^2 + 3x - 6)$ et le quotient de la division de $f(x)$ par $x - 1$ est de la forme $Q(x) = x^2 + 3x - 6$ et le reste de cette division est $R = 0$

Trigonométrie :

1. Soit à résoudre l'équation suivante : $cosx = \frac{1}{2}$
   En effet $cosx = \frac{1}{2} = cos(\frac{\pi}{3})$
   Alors $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi\ [2\pi]$ où $k \in \mathbb{Z}$ ou $x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi\ [2\pi]$ où $k \in \mathbb{Z}$.
2. Résoudre les équations suivantes $tanx = \sqrt{3}$ et $sinx = \frac{1}{2}$
   En effet $tanx = \sqrt{3}$ donne $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$.
   De même $sinx = \frac{1}{2}$ donne $sinx = sin\frac{\pi}{6}$.
   Alors on obtient 2 solutions $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

Cas particuliers :

1. $cosx = 0$ donne $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$
2. $sinx = 0$ donne $x = k\pi$ où $k \in \mathbb{Z}$

Formules de Linéarisation :

1. $cosa.cosb = \frac{1}{2}[cos(a-b) + cos(a+b)]$
2. $sina.sinb = \frac{1}{2}[cos(a-b) - cos(a+b)]$
3. $sina.cosb = \frac{1}{2}[sin(a-b) + sin(a+b)]$

4. $sina.cosb = \frac{1}{2}[sin(a-b) + sin(a+b)]$
5. $cos^2a = \frac{1+cos2a}{2}$
6. $sin^2a = \frac{1-cos2a}{2}$

Quelques exemples
$cos(2x)sin(4x) = \frac{1}{2}[sin(4x-2x) + sin(4x+2x)]$

$sin(2x) = 2sinx.cosx$

$sinx = 2sin(\frac{x}{2})cos(\frac{x}{2})$

$sin100x = 2sin(50x).cos(50x)$

2 Chapitre 1 : Fonctions

2.1 Fonction continue sur un intervalle.

Rappels :

Définition 2.1.

1. Si D_f centré en O et $f(-x) = f(x)$ alors f est paire par suite $y'y$ axe de symétrie pour (C_f).
2. Si D_f centré en O et $f(-x) = -f(x)$ alors f est impaire par suite $x'x$ axe de symétrie pour (C_f).
3. Remarque : Une fonction f peut être ni paire, ni impaire.

Définition 2.2.

1. $x = a$ axe de symétrie pour (C_f) si et seulement si $f(a-x) = f(a+x)$ ou $f(2a-x) = f(x)$
2. $I(a,b)$ centre de symétrie pour (C_f) si et seulement si $f(a-x)+f(a+x) = 2b$ ou $f(2a-x)+f(x) = 2b$.

Propriété 2.3.

1. *si* $\lim\limits_{a} f(x) = \infty$ *alors* $x = a$ *est une asymptote verticale.*
2. *si* $\lim\limits_{\infty} f(x) = l$ *alors* $y = l$ *est une asymptote horyzontale.*
3. *si* $\lim\limits_{a} f(x) = b$ *où* $D_f =]a, +\infty[$ *alors* $A(a,b)$ *est un point limite non atteint.*
4. *Si* $f(a) = b$ *où* $D_f = [a, +\infty[$ *alors* $A(a,b)$ *est un point d'arrêt.*
5. *Si* $\lim\limits_{\infty} f(x) = \infty$ *alors (C) admet une asymtote oblique évenetuelle* $y = ax + b$

Posons $a = \lim\limits_{\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $b = \lim\limits_{\infty}(f(x) - ax)$.

1. Si $a = 0$ alors (C) admet une direction asymptotique horizontale.

2. Si $a = \infty$ alors (C) admet une direction asymptotique verticale en ∞
3. Si $a = cte$ et $b = \infty$ alors (C) admet une direction asymtotique oblique d'axe $y = ax$
4. si $a = cte$ et $b = cte$ alors (C) admet dans ce cas une asymtote oblique de la forme $y = ax + b$

Théorème 2.4. *$(d) : y = ax + b$ ets une asymptote oblique en ∞ si et seulement si* $\lim\limits_{\infty}(f(x) - y_d) = 0$

Théorème 2.5. Position de (C_f) et (d)
Pour étudier la position de (C_f) et (d), il suffit d'étudier le signe de $f(x) - y_d$.

Continuité en un point :

Théorème 2.6. *f est continue au point a si et seulement si* $\lim\limits_{a^-} f(x) = f(a) = \lim\limits_{a^+} f(x)$

Exemple 2.7. Soit $f(x) = |x^2 - 1|$. On va étudier la continuité de f au point 1.

$$f(x) = |x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 \text{ si } x^2 - 1 \geq 0 \\ -x^2 + 1 \text{ si } x^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$

On dresse le tableau de signe de $x^2 - 1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x^2 - 1$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $f(x) = |x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 \text{ si } x \in]-\infty; -1] \cup [1, +\infty[\\ -x^2 + 1 \text{ si } x \in [-1; 1] \end{cases}$

f continue au point 1 si et seulement si $\lim\limits_{1^-} f(x) = f(1) = \lim\limits_{1^+} f(x)$.
En effet $\lim\limits_{1^-} f(x) = \lim\limits_{1^-}(-x^2 + 1) = 0$
De même $\lim\limits_{1^+} f(x) = \lim\limits_{1^+}(x^2 - 1) = 0$
$f(1) = 0$. Par suite f continue au point 1.

Exemple 2.8. Soit la fonction g définie par $g(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) \text{ si } x \geq 0 \\ f(-x) \text{ si } x \leq 0 \end{cases}$

Pour $x \geq 0$ on a $g(x) = f(x)$ alors la courbe représentative (C_g) est confondue avec la courbe représentative (C_f).
Pour $x \leq 0$ on a $g(x) = f(-x)$ alors (C_g) est symétrique par rapport à l'axe $y'y$ de la partie de (C_f) correspondante à $x \geq 0$

2.2 Partie 2

Fonction continue et strictement monotone :
Si f est continue et strictement monotone sur l'intervalle I. Alors $f(I)$ est de même nature que I avec $f(I) = \{f(x)/ \ x \in I\}$

On va distinguer deux cas de monotonie et on va revéler pour chaque cas l'image de quelques types d'intervalles et quelques propriétés associées.

Premier cas : f est croissante

1. L'image de l'intervalle $[a;b]$ est $[f(a);f(b)]$.
2. L'image de l'intervalle $]a,b]$ est $]\lim\limits_{a^+} f(x); f(b)]$
3. $x_1 < x_2$ équivalent à $f(x_1) < f(x_2)$.
4. $f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$ équivalent à $x_1 < x_2 < x_3$

Second cas : f est décroissante

1. L'image de l'intervalle $[a;b]$ est $[f(b);f(a)]$
2. L'image de l'intervalle $]a;b]$ est $[f(b);\lim\limits_{a^+} f(x)[$
3. $x_1 < x_2$ équivalent à $f(x_1) > f(x_2)$
4. $f(x_1) < f(x_2) < f(x_3)$ équivalent à $x_3 < x_2 < x_1$

Théorème 2.9. *Soit f la fonction définie par $f : I \longmapsto J = f(I)$.*
Si f est continue et strictement monotone sur I. Alors $f : I \longmapsto J$ est une bijection

Ce théorème est appelé le théorème des valeurs inermédiaires.

Théorème 2.10. *Si f est continue et strictement monotone sur $[a;b] = I$. Alors pour tout $\lambda \in f(I)$, il existe une seule valeur $x_0 \in \mathbb{R}$ tel que $f(x_0) = \lambda$*

Théorème 2.11. *Si f est continue sur $[a,b]$ fermé. Alors $f(I) = [m, M]$ où m est appelé le minimum de f sur l'intervalle I et M est appelé le maximum de f sur l'intervalle I.*
On pourra dire que l'image d'un intervalle fermé par une application continue est un intervalle fermé.

Théorème 2.12. *Si f est continue sur $[a;b]$ et $f(a).f(b) < 0$. Alors l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une racine α tel que $\alpha \in [a;b]$.*

Théorème 2.13. *Si f est continue sur l'intervalle $[a;b]$ et f est strictement monotone (croissante ou décroissante)avec $f(a).f(b) < 0$.*
Alors l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une racine α tel que $\alpha \in [a;b]$.

Théorème 2.14. *Géneralisation Si f est continue et strictement monotone sur l'intervalle $[a;b]$.*
En plus $f(a) < \lambda$ et $f(b) > \lambda$ pour f croissante et $f(a) > \lambda$ et $f(b) < \lambda$ pour f décroissante.
Alors $f(x) = \lambda$ admet une unique solution α tel que $\alpha \in [a;b]$.

Théorème 2.15. *Théorème des deux gendarmes Si $f(x) \leq u(x) \leq g(x)$ et $\lim\limits_{a}(f(x)) = \lim\limits_{a}(g(x)) = l$.*
Alors $\lim\limits_{a}(u(x)) = l$

Remarque :
$\lim\limits_{x_0}(f(x))$ existe si et seulement si $\lim\limits_{x_0^-}(f(x)) = \lim\limits_{x_0^-}(f(x))$

Formes indeterminées :
Il existe plusieurs formes indéterminées : $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$;$+\infty - \infty$; et $0 \times \infty$.

$$\lim_{0}(\frac{sinx}{x}) = 1$$

2.3 Compositions de deux fonctions

Définition 2.16. Soient $\begin{array}{cccc} f & : & I & \rightarrow & f(I) \\ & & x & \mapsto & f(x) \end{array}$ et $\begin{array}{cccc} g & : & J & \rightarrow & g(J) \\ & & g(x) & \mapsto & g(f(x))) \end{array}$

On définit la fonction $g \circ f$ définie par $g \circ f(x) = g(f(x))$.
Le domaine de définition de $g \circ f$ coincide avec le domaine de définition de f et par suite on peut écrire $D_{g \circ f} = D_f$.

Remarque 2.17.

1. Si $f(I) \not\subset J$ alors $D_{g \circ f} \subset I$
2. En géneral $g \circ f \neq f \circ g$

Théorème 2.18. *Si f est une fonction continue au point $x_0 \in I$ et g est une foncion continue au point $f(x_0) \in J$.*
Alors la fonction $g \circ f$ est continue au point $x_0 \in I$

Théorème 2.19. *Si f est une fonction dérivable au point $x_0 \in I$ et g est une fonction dérivable au point $f(x_0) \in J$.*
Alors $g \circ f$ est dérivable au point $x_0 \in I$.
Avec $(g \circ f)'(x_0) = g'(f(x_0)f'(x_0)$. Généralement $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)).f'(x)$

Exemple 2.20. Soit f et g deux fonctions définies par $f(x) = sinx$ et $g(x) = sin(x^2 - 3x + 1)$. Alors $f'(x) = cosx$ et $g'(x) = (2x - 3)cos(x^2 - 3x + 1)$

Théorème 2.21.

1. *Si f et g sont deux fonctions ayant le même sens de variations alors $(g \circ f)$ est une fonction croissante.*
2. *Si f et g n'ont pas le même sens de variation . Alors $g \circ f$ est décroissante.*

2.3.1 Dérivées

Définition 2.22. Rappel : Une fonction f est dérivable au point a si et seulement si $f'(a^-) = f'(a^+)$

Exemple 2.23. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x^2 - 1|$. Etudier la dérivabilité de f au point 1.

$f(x) = |x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 \text{ si } & x \in]-\infty; -1] \cup [1; +\infty[\\ -x^2 + 1 \text{ si } & x \in [-1; 1] \end{cases}$

Donc $f'(1^+) = \lim\limits_{1^+}(\frac{f(x)-f(1)}{x-1}) = \lim\limits_{1^+}(\frac{x^2-1}{x-1}) = \lim\limits_{1^+}(\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}) = 2$

$f'(1^-) = \lim\limits_{1^-}(\frac{f(x)-f(1)}{x-1}) = \lim\limits_{1^-}(\frac{-x^2+1}{x-1}) = \lim\limits_{1^-}(\frac{-(x-1)(x+1)}{x-1}) = -2$

Alors on pourra conclure que $f'(1^+) \neq f'(1^-)$, par suite f n'est pas dérivable au point 1 et le point $A(1;0)$ est dit un point anguleux ou point de remboursement.

Remarque 2.24.

1. Si $f'(a) = 0$ alors la tangente au point A (T_A) est horizontale.
2. Si $f'(a) = \infty$ alors la tangente au point A (T_A) est verticale.
3. Si $f'(a) = 1$ alors la tangente au point A (T_A) est parallèle à la droite d'équation $y = x$(1ère bissectrice).
4. Si $f'(a)$ =-1 alors la tangente au point A (T_A) est parallèle à la droite d'équation $y = -x$(2ème bissectrice).

Remarque 2.25.

1. Si la fonction n'est pas dérivable en un point A lors dans ce cas la courbe représentative de cette fonction admet deux demi-tangentes l'une à gauche et l'autre à droite. On cherche à calculer l'angle que forme ces deux demi-tangentes.
   En effet $\tan\alpha = tan[(T_A)_d, (T_A)_g] = \tan[(x'x, (T_A)_g) - (x'x, (T_A)_d] = \frac{\tan a - \tan b}{1+\tan a.\tan b} = \frac{pente(T_A)_g - pente(T_A)_d}{1+pente(T_A)_g.pente(T_A)_d}$
2. La dérivée seconde au point a s'exprime par $f"(a) = \lim\limits_{a}(\frac{f'(x)-f'(a}{x-a})$. Cette limite existe lorsqu'elle est finie.

Définition 2.26.

1. Une fonction f est convexe sur I si et seulement si $f"(x) > 0$
2. Une fonction f est concave sur I si et seulement si $f"(x) < 0$
3. $I(a;b)$ est un point d'inflexion si et seulemement si $f"(a) = 0$ en changeant de signe.
4. Si f est concave alors la courbe représentative de f (C) tourne sa concavité vers les $y < 0$.
   Si f est convexe alors la courbe représentative de f (C) tourne sa concavité vers les $y > 0$

Remarque 2.27. $\lim\limits_{a}(\frac{f(x)}{g(x)}) = \lim\limits_{a}(\frac{f'(x)}{g'(x)})$ seulement pour les formes indeterminées $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty}$

Exemple : $\lim\limits_{0}(\frac{sinx}{x}) = \frac{0}{0}$ on applique la règle de l'hôpital pour lever l'indétermination.

Donc $\lim\limits_{0}(\frac{sinx}{x}) = \lim\limits_{0}(\frac{\cos x}{1}) = 1$

3 Fonction réciproque

Théorème 3.1. *Si f est une fonction continue sur $[a;b] = I$ et f est strictement monotone sur I. Alors f admet sur I une fonction réciproque notée f^{-1} définie par*

$\begin{array}{cccc} f & : & I & \rightarrow & f(I) \\ & & x & \mapsto & y = f(x) \end{array} \quad \begin{array}{cccc} f^{-1} & : & J & \rightarrow & I \\ & & x & \mapsto & x = f^{-1}(y) \end{array}$ *et* $D_{f^{-1}} = f(I)$

Exemple 3.2. Soit f la fonction définie sur $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ par $f(x)=\frac{x+3}{x-1}$.
Montrer que f admet une fonction réciproque sur $[2;5]$.
En effet $f'(x)=\frac{-4}{(x-1)^2}<0$ pour tout x appartenant à D_f, on obtient alors le tableau de variation suivant correspondant à f :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	||	$-$
$f(x)$	$+1 \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow 1$

Sur le tableau de variation $[2;5]$:
f est continue et strictement décroissante.
Alors f admet une fonction réciproque f^{-1} dont le domaine de définition est $D_{f^{-1}}=f([2;5])=[f(5);f(2)]=[2;5]$.
Déterminons l'expression de $f^{-1}(x)$:
On a $y=\frac{x+3}{x-1}$. Alors $xy-x=x+3$ ce qui donne $xy-x=y+3$. Ainsi $x(y-1)=y+3$ alors $x=\frac{y+3}{y-1}$ soit $y=f^{-1}(x)=\frac{x+3}{x-1}$. On pourra alors représenter les deux fonctions par les diagrammes suivants :

$$\begin{array}{rcccc} f & : & [2;5] & \to & [2;5] \\ & & x & \mapsto & y=f(x)=\frac{x+3}{x-1} \end{array}$$

et
$$\begin{array}{rcccc} f^{-1} & : & [2;5] & \to & [2;5] \\ & & x & \mapsto & f^{-1}(x)=\frac{x+3}{x-1} \end{array}$$

Propriété 3.3. *Soit f une fonction définie sur un intervalle I qui admet une fonction réciproque f^{-1}.*
Alors $f^{-1}\circ f=1_I$ et $f\circ f^{-1}=1_J$ où 1_I est l'application identique de I et 1_J est l'application identique de J.

$$\begin{array}{rcccccc} f^{-1}\circ f & : & I & \to & f(I)=J & \to & I \\ & & x & \mapsto & y=f(x) & \mapsto & x=f^{-1}(y) \end{array}$$

Propriété 3.4.

1. *f et f^{-1} ont le même sens de variation.*
2. *Soit $A(x_0;y_0)\in(C_f)$.*
 Si f est continue au point $x_0\in I$. Alors f^{-1} est continue au point $y_0\in f(I)$
3. *Si f est dérivable au point $x_0\in I$. Alors f^{-1} est dérivable au point $y_0\in f(I)$.*
 En plus $(f^{-1})'(y_0)=\frac{1}{f'(x_0)}$ où $f'(x_0)\neq 0$.
 Géneralement $(f^{-1})'(y)=\frac{1}{f'(x)}$ où $f'(x)\neq 0$ et $y=f(x)$.
4. *$A(x_0;y_0)\in(C_f)$ équivalent à dire que $A(y_0;x_0)\in(C_{f^{-1}})$*
5. *(C_f)et$(C_{f^{-1}})$ sont symétriques par rapport à $y=x$ (1ère bissectrice).*
 Egalement La tangente (T_A) à (C_f) et $(T_{A'})$ à $(C_{f^{-1}})$ sont aussi symétriques par rapport à $y=x$. Elles sont ou bien parallèles ou bien sécantes et se coupent en un point de la première bissectrice

Exemple 3.5. On suppose que la tangente (T_A) à la courbe représentative de f admet l'équation suivante $y = x - 3$.
On cherche à déterminer la tangente $(T_{A'})$ à $(C_{f^{-1}})$ symétrique de (T_A). Pour cela on peut appliquer deux méthodes.
1ère méthode : L'équation de $(T_{A'})$ admet la forme suivante $y - y_{A'} = s(x - x_{A'})$ avec $s = (f^{-1})'(y_A) = \frac{1}{f'(x_A})$
2ème méthode : D'après l'équation de (T_A) y = 2x- 3 on exprime x en fonction de y donc $2x = y + 3$ alors $x = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}$ soit $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ est l'équation de $(T_{A'})$